41.Криволинейный интеграл первого рода. Определение. Существование криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода

Криволинейный интеграл 1 рода

Пусть на декартовой плоскости **Oxy** задана некоторая непрерывная кривая **AB**, в каждой точке которой определена функция **f(x;y)** двух независимых переменных **x** и **y**. Разобьем заданную дугу на **n** частей точками **A0=A1**, **A0;A1;A2,….,An=B**, . На каждой из элементарных дуг **AiAi+1** выберем произвольную точку **Mi(xi;yi)** и вычислим в ней значение функции **f(x;y)**: **f(xi;yi)**. Составим сумму произведений значений  **f(xi;yi)** на длину ∆**li** элементарной дуги **AiAi+1** : . Найдем предел этой суммы при условии, что длина наибольшей из дуг стремится к нулю, а их количество **n→∞.** Если функция **f(xi;yi)** непрерывна во всех точках дуги **AB**, то этот предел существует и не зависит ни от способа разбиения дуги **AB** на части, ни от выбора точек **Mi(xi;yi)**  на каждой из ниx lim(n→∞)∆**li**

Предел lim(n→∞)∆**li**  называется **криволинейным интегралом первого рода** и обозначается ∫(AB) **f(x;y)dl**=∆**li**

**ЗАМЕЧАНИЕ**

Криволинейный [интеграл](http://ru.solverbook.com/spravochnik/integraly/) первого рода не зависит от направления обхода кривой **AB**, то есть

∫(AB) **f(x;y)dl=**∫(BA) **f(x;y)dl**

Если кривая **AB** задана явным уравнением y=g(x) , x€[a;b] то ∫(AB) **f(x;y)dl=**∫ab**f(x;g(x))√(1+[g’(x)]2)dx**

**Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.**

Пусть кривая *L*задана параметрическими уравнениями *x = *(*t*),  *y=* (*t*),  **? *t*?**,

где **(*t*), ** (*t*)  непрерывно дифференцируемые на  отрезке [**,**] функции. Тогда*http://allmath.ru/highermath/mathanalis/integral/integral/clip_image188.gif*.

Пусть кривая *L*задана явно уравнением *y=g* (*x*),  *a*? *x*?*b*, где *g* (*x*)   непрерывно дифференцируемая на  [*a*, *b*] функция. Тогда*http://allmath.ru/highermath/mathanalis/integral/integral/clip_image190.gif*.

**Теорема**(достаточное условие существования интеграла). Если функция*f*(*x*,*y*) непрерывна на кривой *L*за исключением, быть может, конечного числа точек и ограничена на *L*, то криволинейный интеграл 1-го рода (20) существует.